XXI SITRAER
2024 | Air Transportation Symposium

INFLUÊNCIA DO TAMANHO DA MALHA NA PRECISÃO E EFICIÊNCIA COMPUTACIONAL UTILIZANDO MEF

Lucas Cavalcante de Almeida, Mariana de Araújo Leite, Francisco Heber Lacerda de Oliveira
Universidade Federal do Ceará - UFC, Departamento de Engenharia de Transportes – DET
Centro Universitário Católica de Quixadá - Unicatólica

*** Corresponding author e-mail address**: lucascavalcante@det.ufc.br

PAPER ID: SIT882370

ABSTRACT

This study examined the influence of mesh size on the accuracy and efficiency of finite element simulations, focusing on the modeling of 3D structures. Through this comparative analysis between complete 3D models and axisymmetric models, various mesh configurations were used, from uniform to segmented, to determine how mesh density affects the deformation at the top of the subgrade and the simulation time. Using ABAQUS 2020 software and a load from an Airbus A-320 aircraft model, the study demonstrated that finer meshes increase accuracy but require more processing time, while axisymmetric models provide a reduction in computational resource consumption without significantly compromising precision. For example, the deformation for the uniform 7.5 cm mesh across the three models varied from -4.4488E-04 to -4.4780E-04, indicating that the axisymmetric simplifications do not significantly compromise precision compared to the 3D model. It was concluded that adjustments to the mesh configuration can effectively optimize finite element simulations, allowing for precise and computationally efficient analyses.

Keywords: Finite Element Analysis, Mesh Sensitivity, Computational Efficiency.

1. INTRODUÇÃO

De acordo com Meng, Zhong & Sun (2023), no dimensionamento de pavimentos aeroportuários, a análise por meio do Método dos Elementos Finitos (MEF) auxilia na predição das respostas estruturais sob cargas de aeronaves. Com o avanço das técnicas computacionais, o MEF tem evoluído para incorporar simulações tridimensionais que ofereçam precisão na representação das características geométricas dos trens de pouso das aeronaves. Nesse contexto, a eficiência computacional em realizar as simulações para determinar as respostas estruturais, sobretudo a deformação no topo do subleito, representa um importante parâmetro, especialmente em relação ao tamanho da malha utilizada nas simulações.

A escolha do tamanho da malha influencia diretamente a precisão e o custo computacional das simulações. Malhas mais finas, embora aumentem a precisão, elevam exponencialmente o tempo de cálculo e os recursos necessários, tornando o processo menos eficiente do ponto de vista computacional (Dutt, 2015). Enquanto os modelos 2D simplificam a análise ao ignorar variações ao longo de uma direção, os modelos 3D oferecem uma representação mais completa das interações entre as camadas do pavimento e as cargas aplicadas a depender da configuração de malha a ser aplicada.

A transição de modelos 2D para 3D em *softwares* como o ABAQUS pode resultar em diferenças significativas nos cálculos das tensões e deformações, destacando a importância de escolher adequadamente o tipo de modelagem e o tamanho da malha para cada aplicação específica, seja bidimensional ou tridimensional. Diante do exposto, este estudo possui o objetivo de analisar se há influência do tamanho da malha na eficiência computacional e nos resultados de deformação vertical no topo do subleito para um pavimento flexível quando solicitado por uma carga de uma aeronave modelo *Airbus* A-320.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Geração e Otimização de Malhas em Análise por Elementos Finitos

De acordo com Meng, Zhong & Sun (2023), o processo de cálculo de elementos finitos inclui como parâmetros os nós e elementos da malha do modelo enfatizando a importância da estrutura e da densidade da malha na modelagem por elementos finitos. A configuração adequada dos nós e dos elementos da malha influencia diretamente a precisão dos resultados dos cálculos. Os autores destacaram que um aumento no número de malhas melhora a precisão, mas também aumenta o tempo de processamento da CPU e o espaço de armazenamento necessário. Logo, é importante controlar a relação entre a densidade da malha e a precisão dos cálculos para alcançar a solução eficiente.

Segundo Kim, Sankar & Kumar, (2018) e Silva (2024), a malha de elementos finitos é uma ferramenta essencial na engenharia computacional, permitindo a discretização do domínio de interesse em elementos geométricos simples, como triângulos ou quadriláteros em duas dimensões e tetraedros ou hexaedros em três dimensões. Esses elementos são interconectados por nós, formando uma representação discreta do domínio contínuo, essencial para a precisão das soluções numéricas.

A qualidade da malha é importante para a precisão e convergência das análises numéricas. Uma malha de alta qualidade caracteriza-se por elementos com formas regulares e proporções adequadas, evitando distorções que podem afetar os resultados (More & Bindu, 2015). A densidade da malha, que se refere ao número de elementos por unidade de área ou volume, é outro fator determinante para a precisão dos resultados. Malhas mais densas tendem a proporcionar uma maior precisão, mas aumentam o tempo de cálculo, exigindo um equilíbrio entre resolução desejada e viabilidade computacional.

Estudos como os de More & Bindu (2015) e Dutt (2015) exploram a relação entre a densidade da malha e a precisão dos resultados. More & Bindu (2015) observaram que um aumento significativo na densidade da malha resultou em apenas uma pequena melhoria na precisão, mas com um aumento considerável no tempo de processamento. Por outro lado, Dutt (2015) observou uma pequena variação na deformação com um aumento no tamanho dos elementos, sugerindo que aumentos moderados no tamanho da malha podem ser suficientes para certas análises. Alzabeebee (2023) concluiu que a quantidade de elementos finitos tem um impacto mínimo nos resultados para análises dinâmicas, indicando que as metodologias de malha bem refinada são adequadas para garantir a precisão desejada sem recorrer a um excessivo refinamento.

Para os autores supracitados, foi possível verificar que é essencial realizar um processo iterativo de refinamento da malha para entender como as variações no número de elementos afetam a deformação e outros parâmetros críticos em pavimentos ou em outras estruturas. Essa abordagem permitirá otimizar os recursos computacionais enquanto mantém a integridade e precisão das análises estruturais.

Método dos Elementos Finitos

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é uma ferramenta numérica que pode ser utilizada para o projeto e avaliação de desempenho de pavimentos. A escolha da dimensão de modelagem impacta diretamente a abordagem e eficácia do MEF, que pode ser implementado como bidimensional (2D MEF), tridimensional (3D MEF), ou como MEF semi-analítico (SAFEM). Dentre as principais características de cada uma dessas abordagens foi informado como cada método pode ser aplicado no dimensionamento de pavimentos.

De acordo com Saad, Mitri & Poorooshasb (2005), o MEF 3D é capaz de simular qualquer geometria de pavimento e de cargas, proporcionando uma modelagem abrangente que, no entanto, exige grande capacidade computacional. Essa exigência de recursos pode restringir seu uso em aplicações mais simples. Em contrapartida, de acordo com Arabani, Jamshidi & Sadeghnejad (2014), o MEF 2D pode oferecer maior eficiência computacional, embora sua capacidade de representar variações e movimentos de carga ao longo da direção de seja limitada. Essa limitação pode impactar negativamente a precisão dos resultados em casos mais complexos, como por exemplo em simulações nas quais sejam aplicadas uma análise dinâmica.

O SAFEM utiliza a estrutura usualmente uniforme dos pavimentos, que frequentemente não varia ao longo da direção de carga do veículo. Esse método realiza a malha apenas na seção transversal e utiliza a interpolação da série de *Fourier* ao longo da direção longitudinal para simular o movimento de carga. As séries de *Fourier* são capazes de representar qualquer função contínua, permitindo que o movimento de carga seja modelado como a translação de funções trigonométricas.

Nesse contexto, cada termo da série de *Fourier* corresponde a um problema de deformação plana, e os resultados tridimensionais são sintetizados a partir das soluções bidimensionais por meio da transformada inversa de *Fourier*. Este método é particularmente útil em análises dinâmicas de pavimentos (Shen *et al.*, 2022). A Figura 1 mostra um comparativo em função de tempo e acurácia dos resultados entre os três métodos.

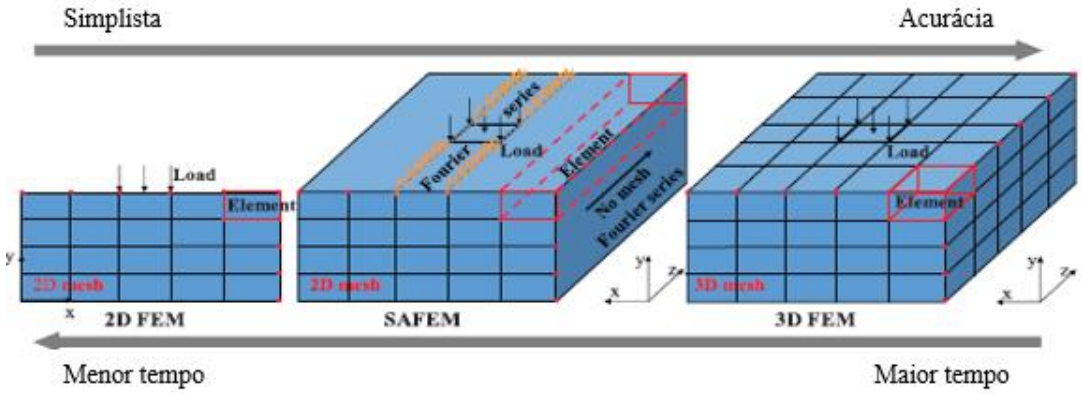


Figura 1 Comparativo entre modelos para tempo e acurácia. Fonte: adaptado de Shen *et al*., (2022).

Modelos 3D e 3D Axissimétrico

O modelo axissimétrico é amplamente utilizado para problemas que possuem simetria de revolução, como tubulações e vasos de pressão. Esse modelo permite simulações eficientes ao redor de um eixo de simetria, usando coordenadas cilíndricas para representar tridimensionalidade, o que reduz significativamente o uso de recursos computacionais em comparação com modelos 3D, mantendo resultados próximos em precisão (Abdullah & Pak, 2008). Contudo, uma limitação desse modelo é sua incapacidade de representar adequadamente eixos de rodas duplas ou triplas, pois as cargas são modeladas apenas como círculos (Lados & Apelian, 2006). A Figura 2 representa o modelo axissimétrico.

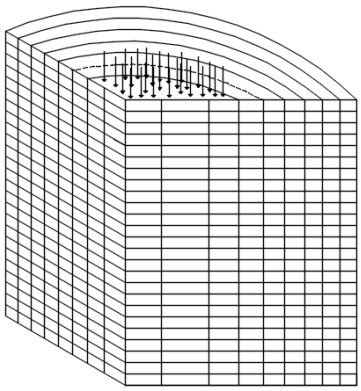


Figura 2 Representação de modelo axissimétrico. Fonte: Myers, Roque & Birgisson (2001).

Por outro lado, o modelo 3D é consegue representar com precisão estruturas com simetria em três dimensões, como edifícios e pontes. Este modelo utiliza elementos finitos como tetraedros e hexaedros para analisar tensões, deformações e deslocamentos em três dimensões, proporcionando soluções mais precisas, incluindo a localização exata das cargas e pontos de pressão (Lados & Apelian, 2006; Khennane, 2013). No entanto, devido à sua complexidade, o modelo 3D requer uma capacidade computacional significativamente maior.

A simulação em 2D, embora mais rápida, pode apresentar diferenças notáveis em relação aos modelos 3D, com variações de três a quatro vezes nos valores obtidos das respostas estruturais com tempo de execução de 2,6 a 3,5 vezes menor em relação aos modelos 3D (Ustaoglu, 2015; Mo *et al*., 2008). Silva (2024) destaca que com essas diferenças surge a necessidade de estratégias para otimizar o tempo de processamento em modelos 3D, como a redução do número de elementos, o uso de simetria ou a combinação de técnicas de elementos finitos com outras abordagens, como elementos infinitos.

3. MÉTODO DE PESQUISA

Foram utilizados três tipos de modelos para realizar as simulações deste artigo. O primeiro modelo foi o modelo "3D completo", empregado para representar estruturas sem restrições de geometria, com análises realizadas com malhas uniformes e não uniformes para avaliar o impacto de diferentes tamanhos de malha. Os outros dois modelos são modelos axissimétricos com uma rotação, denominado de "1/2 Ax", e com duas rotações, denominado de "1/4 Ax". Geralmente, esses modelos são utilizados para problemas com simetria de revolução, como tubulações e vasos de pressão. Com a aplicação desses modelos foi possível avaliar a redução de recursos computacionais e a manutenção da precisão na deformação no topo do subleito.

Em relação às configurações das malhas foram simulados diferentes tamanhos: 20, 15, 12, 10, 7,5 e 5 cm (relativo à espessura de revestimentos em pistas de pouso e decolagem). Foram trabalhadas quatro configurações de malha: i) a uniforme – todo o pavimento foi simulado com um tamanho único de malha, ii) a segmentada – as camadas do pavimento (revestimento, base, sub-base) e o subleito foram trabalhados com tamanhos de malha distintos e iii) a vertical na carga – na qual houve uma redução do tamanho da malha na região de aplicação da carga até o final do subleito e nas demais regiões houve um aumento no tamanho da malha, e, por fim, iv) a região de interesse – a discretização ocorreu da carga até o topo do subleito e as demais regiões ficaram com tamanhos de malhas maiores.

A carga utilizada foi de uma aeronave *Airbus* modelo A-320 que possui um trem de pouso do tipo eixo simples de roda dupla. O peso máximo de decolagem (PMD) foi de 73.900 kg. A pressão exercida pelos pneus é de 1,378 MPa. A área de contato, considerada retangular, foi de 124.690 mm² com a medida *a* igual a 31,5 cm e medida *b* igual a 39,58 cm (Figura 4). Todas essas informações foram extraídas do *software* FAARFIELD versão 2.1.1. Para a simulação utilizou-se o semi-eixo da aeronave.



Figura 3 Características do trem de pouso do *Airbus* A-320. Fonte: FAARFIELD (2023).

A Tabela 1 mostra a descrição da estrutura do pavimento utilizado na simulação. Essas configurações foram utilizadas em todos os cenários de simulação, considerando os materiais elástico lineares e a deformação foi medida a 0,5 cm abaixo do topo do subleito.

Tabela 1 Características da estrutura do pavimento analisado neste estudo

Camada	*Espessura (cm)*	*Módulo de Elasticidade (MPa)*	*Coeficiente de Poisson*
Revestimento	20	2000	0,30
Base	30	400	0,35
Sub-base	40	200	0,35
Subleito	∞	150	0,40

Para o cálculo da espessura do subleito, bem como do comprimento e largura do pavimento, foi adotada a metodologia descrita por Franco (2004). Nessa abordagem, a espessura do subleito foi definida como aproximadamente, 40 vezes o raio correspondente à área de contato, assumida como

circular para simplificação do cálculo. As dimensões radiais, correspondentes à largura e ao comprimento do pavimento, foram estabelecidas em 20 vezes o raio definido.

As simulações foram realizadas utilizando o *software* de elementos finitos ABAQUS 2020, que permite a definição de parâmetros de discretização, refinamento e suavização da malha. A Figura 5 mostra os modelos 3D completo, ½ Ax e ¼ Ax, respectivamente

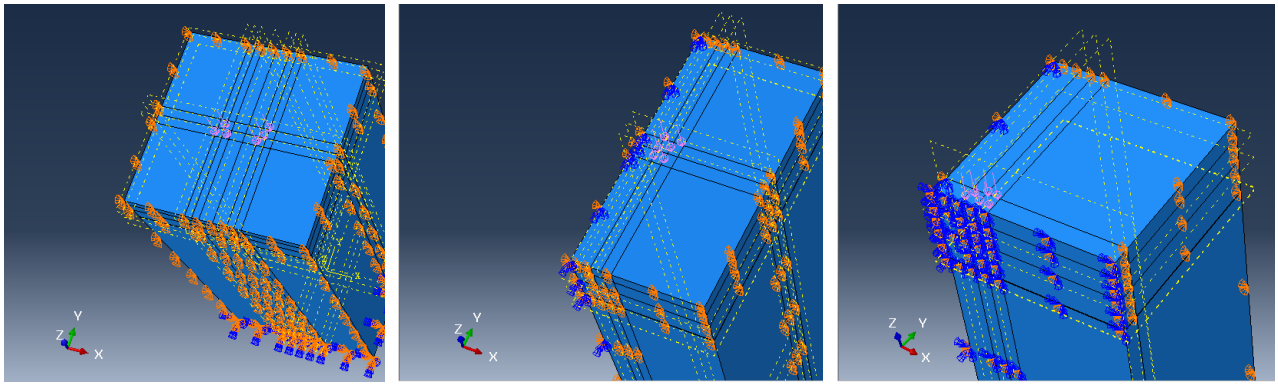


Figura 4 Modelos de pavimento simulados neste estudo.

A análise da deformação foi medida e comparada entre diferentes tamanhos de malha para determinar a configuração mais efetiva em termos de precisão e eficiência computacional. Os valores de deformação foram extraídos para cada configuração e analisados comparativamente para avaliar as variações. O tempo necessário para completar cada simulação foi registrado para avaliar a eficiência computacional das diferentes configurações de malha. Com isso, foi possível realizar análises comparativas entre os modelos 3D e axissimétricos para identificar as reduções de tempo de simulação.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

O gráfico da Figura 5 mostra a variação da deformação e do tempo em função do tamanho da malha a ser aplicada nas simulações. Além da variação da malha, também houve uma variação dos modelos. Os modelos analisados foram o 3D (tridimensional), o 3D – ½ Ax (tridimensional axissimétrico) e o 3D – ¼ Ax (tridimensional axissimétrico).

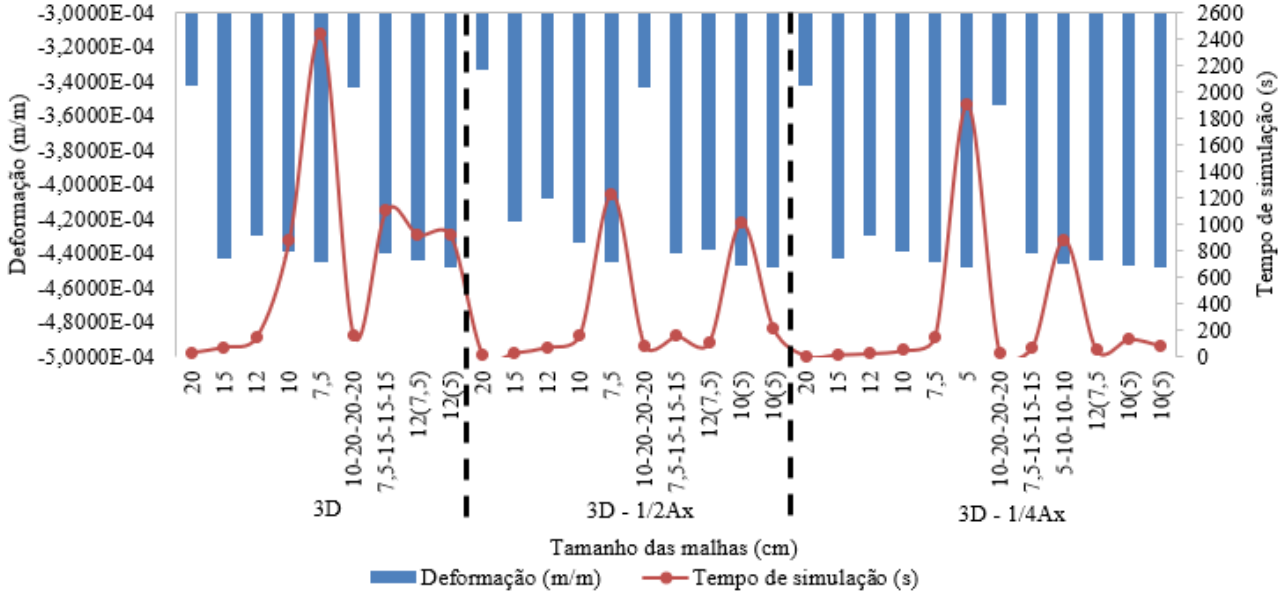


Figura 5 Variação da deformação e do tempo em função do tamanho da malha e do modelo.

A análise gráfica evidencia que a deformação no topo do subleito aumenta (o sinal negativo indica que a deformação é na direção negativa do eixo z) à medida que a malha é mais refinada. O

maior valor absoluto (4,4780E-04) de deformação foi observado nas configurações de malha mais refinadas (tamanhos menores), e essa deformação apresentou uma tendência a diminuir à medida que o tamanho da malha aumentou.

Em relação ao tempo para execução da simulação, observou-se que os picos correspondem aos menores tamanhos de malha em cada segmento. Ou seja, malhas mais refinadas requerem mais tempo para serem processadas (20 a 40 min). O tempo de simulação diminuiu significativamente à medida que o tamanho da malha aumentou. O tempo verificado para essas malhas foi da ordem de 100 a 200 s.

Observou-se uma relação direta entre precisão e eficiência computacional: malhas mais finas resultam em maiores valores de deformação, indicando maior precisão nos resultados, contudo, isso exige tempos de simulação maiores. Portanto, a escolha do tamanho da malha condiciona em equilibrar entre a precisão e a eficiência computacional.

De acordo com a Tabela 2, os modelos 3D e suas variantes axissimétricas (1/2 Ax e 1/4 Ax) mostram valores de deformação próximos quando comparados dentro do mesmo tipo de malha. A deformação para a malha uniforme de 7,5 cm nos três modelos variou de -4,4488E-04 a -4,4780E-04, indicando que as simplificações axissimétricas não comprometem a precisão em comparação com o modelo 3D. A variação percentual (Δ%) corresponde a diferença para o valor considerado padrão (modelo 3D com malha uniforme de 7,5 cm).

Tabela 2 Dados da simulação

Modelo	***Malha tipo***	***Tempo (s)***	***N. de nós***	***Tamanho da malha (cm)***				ε_v ***(m/m) *10^{-4}***	***Δ(%)***
				R	***B***	***SB***	***SL***		
3D	Uniforme	32	20240	20	20	20	20	3,4256	23,0
		73	41236	15	15	15	15	4,4254	0,5
		151	82688	12	12	12	12	4,2989	3,4
		881	152880	10	10	10	10	4,3910	1,3
		2441	339768	7,5	7,5	7,5	7,5	4,4488	-
	Segmentada	158	78960	10	20	20	20	3,4326	22,8
		1105	176904	7,5	15	15	15	4,3998	1,1
	Vertical na carga	920	156816	12 (7,5)	12 (7,5)	12 (7,5)	12 (7,5)	4,4451	0,1
	Região de interesse	920	152076	12(5)	12(5)	12(5)	12	4,4771	0,6
3D - 1/2 Ax	Uniforme	10	10120	20	20	20	20	3,3289	25,2
		29	20618	15	15	15	15	4,2125	5,3
		71	41344	12	12	12	12	4,0807	8,3
		164	76440	10	10	10	10	4,3387	2,5
		1233	169884	7,5	7,5	7,5	7,5	4,4488	0,0
	Segmentada	86	39480	10	20	20	20	3,4326	22,8
		156	88452	7,5	15	15	15	4,3998	1,1
	Vertical na carga	104	78408	12 (7,5)	12 (7,5)	12 (7,5)	12 (7,5)	4,3834	1,5
		1016	182160	10(5)	10(5)	10(5)	10(5)	4,4756	0,6
	Região de interesse	212	114400	10(5)	10(5)	10(5)	10	4,4776	0,6
3D - 1/4 Ax	Uniforme	6	5060	20	20	20	20	3,4256	23,0
		14	10309	15	15	15	15	4,4254	0,5
		23	20672	12	12	12	12	4,2989	3,4
		47	38220	10	10	10	10	4,3910	1,3
		151	84942	7,5	7,5	7,5	7,5	4,4488	0,0
		1910	288000	5	5	5	5	4,4780	0,7
	Segmentada	26	19740	10	20	20	20	3,5363	20,5
		62	44226	7,5	15	15	15	4,3998	1,1
		884	148800	5	10	10	10	4,4582	0,2

Vertical na carga	48	39204	12 (7,5)	12 (7,5)	12 (7,5)	12 (7,5)	4,4451	0,1
	131	91080	10(5)	10(5)	10(5)	10(5)	4,4756	0,6
Região de interesse	82	57200	10(5)	10(5)	10(5)	10	4,4776	0,6

ε_v – deformação vertical no topo do subleito; Δ - variação

Considerando que os modelos axissimétricos utilizam menos nós do que os modelos 3D completos, constatou-se que o tempo de execução para um mesmo tamanho de malha foi menor. A redução no número de nós, como de 152.880 em 3D para 76.440 em 3D – 1/2 Ax para malhas de 10 cm, ocasionou uma melhoria na eficiência computacional. O tempo foi reduzido de 881 s no modelo 3D completo para 164 s no modelo ½ Ax e para 47 s no modelo ¼ Ax. O número de nós reduziu em aproximadamente 50% e a variação percentual da deformação foi de 1,19%.

As configurações de malha segmentada e com refinamento na região da carga mostraram pequenas variações na deformação em comparação com malhas uniformes. Um ajuste local no tamanho da malha, na região de interesse, pode ser uma estratégia para manter a precisão enquanto o tempo de simulação pode ser reduzido aumentando a eficiência computacional.

5. CONCLUSÕES

De acordo com as simulações realizadas neste trabalho foi possível verificar que existe uma relação inversa entre o tamanho da malha e os valores de deformação no topo do subleito. Malhas menores, embora mais precisas, aumentam o tempo de simulação. Essa relação foi evidenciada em todos os modelos simulados, nas quais as malhas menores produziram maiores valores de deformação, indicando precisão nos valores de deformação.

Os modelos axissimétricos apresentaram uma eficiência computacional superior em comparação ao modelo 3D completo, com redução no número de nós e no tempo para a simulação. A análise das deformações mostrou que os modelos axissimétricos conseguiram manter o valor de deformação próximo ao modelo 3D completo. Isso pode ser uma alternativa viável para situações nas quais a simetria do problema pode ser utilizada para reduzir o tempo de processamento computacional.

As configurações de malha segmentada, vertical na carga e na região de interesse evidenciaram pequenas variações na deformação em comparação com malhas uniformes. Logo, ajustes pontuais na densidade da malha na região de interesse pode ser uma estratégia adequada na redução do tempo de simulação. A escolha do tamanho e tipo de malha deve considerar um equilíbrio entre precisão, tempo de simulação e recursos computacionais disponíveis. Modelos axissimétricos e estratégias de refinamento podem otimizar esse equilíbrio, especialmente em contextos em que simetria pode ser aplicada ou características geométricas do problema permitam simplificações que não comprometam a integridade dos resultados.

6. REFERÊNCIAS

Abdullah, A., Park, A. (2008). Correct prediction of the vibration behavior of a high power ultrasonic transducer by fem simulation. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, v. 39, n. 1, p. 21–28, Oct 2008. ISSN 1433-3015. https://doi.org/10.1007/s00170-007-1191-9.

Alzabeebee, S. (2023). Calibration of a finite element model to predict the dynamic response of a railway track bed subjected to low-and high-speed moving train loads. *Transportation Infrastructure Geotechnology*, Springer, v. 10, n. 3, p. 504–520.

Arabani, M., Jamshidi, R., & Sadeghnejad, M. (2014). Using of 2D finite element modeling to predict the glasphalt mixture rutting behavior. *Construction and Building Materials*, *68*, 183–191. https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2014.06.057

Dutt, A. (2015) Effect of mesh size on finite element analysis of beam. *International Journal of Mechanical Engineering*, v. 2, n. 12, p. 8–10.

Franco, F.A.C.P. (2004). *Versão da macro de Excel Desenvolvida para o Programa FEPAVE*. Divulgação Interna. Laboratório de Geotecnia da COPPE/UFRJ.

Khennane, A. (2013). *Introduction to Finite Element Analysis Using MATLAB o and Abaqus*. Hardcover. Boca Raton, FL: CRC Press, 2013. 488 p. ISBN 9781466580206.

Kim, N.H., Sankar, B. V., Kumar, A. V. (2018). *Introduction to finite element analysis and design.* [S. l.]. John Wiley & Sons.

Lados, D. A., Apelian, D. (2006). Limitations of elastic definitions in al–si–mg cast alloys with enhanced plasticity: linear elastic fracture mechanics versus elastic–plastic fracture mechanics. *Engineering fracture mechanics, Elsevier*, v. 73, n. 4, p. 435–455.

Meng, Q., Zhong, K., & Sun, M. (2023). Dynamic Response Analysis of Airport Pavement under Impact Loading. *Applied Sciences*, 13(9), 5723.

Mo, L.; Huurman, M.; Wu, S.; Molenaar, A. (2008). 2d and 3d meso-scale finite element models for ravelling analysis of porous asphalt concrete. *Finite elements in analysis and design, Elsevier*, v. 44, n. 4, p. 186–196.

More, S. T., Bindu, R. (2015). Effect of mesh size on finite element analysis of plate structure. *International Journal of Engineering Science and Innovative Technology*, v. 4, n. 3, p. 181–185.

Myers, L. A., Roque, R., Birgisson, B. (2001). Use of two-dimensional finite element analysis to represent bending response of asphalt pavement structures. *International Journal of Pavement Engineering*, Taylor & Francis, v. 2, n. 3, p. 201–214.

Saad, B., Mitri, H., & Poorooshasb, H. (2005). Three-dimensional dynamic analysis of flexible conventional pavement foundation. *Journal of Transportation Engineering*, *131*(6), 460–469. https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-947X(2005)131:6(460).

Shen, K., Zhang, H., Tong, J., Wang, H., & Chen, X. (2022). Dynamic elastic analysis of flexible pavements under moving vehicles: a semi-analytical finite element treatment. *Road Materials and Pavement Design*, 23(6), 1440-1450.

Silva, G. H. P. (2024). *Influência das propriedades do pavimento na deformação elástica de um aeródromo: análise de modelagem com elementos finitos e infinitos.* Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Ceará.

Ustaoglu, A. O. (2015). *Comparison of deformations from 2d and 3d fem analysis with field measurements of a top down deep excavation in ba˘gcilar metro station*. Dissertação (Mestrado) – Middle East Technical University.